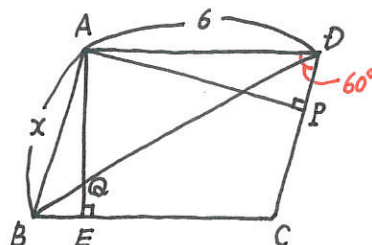


2015年都市教養(文系)第2問

2 平行四辺形 ABCD において,  $AD = 6$ ,  $\angle A = 120^\circ$ ,  $\vec{AD} = \vec{a}$ ,  $\vec{AB} = \vec{b}$ ,  $AB = x$  とする. 点 A から直線 CD に垂線 AP を引き, 点 A を通り辺 AD に垂直な直線と対角線 BD の交点を Q とする. このとき, 以下の問いに答えなさい.



- (1) 線分 AP の長さを求めなさい.
- (2)  $\vec{AQ}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $x$  の式で表しなさい.
- (3)  $AP = AQ$  が成り立つときの辺 AB の長さを求めなさい.
- (4) 線分 PQ と辺 AD が平行になるときの辺 AB の長さを求めなさい.

(1)  $\angle D = 60^\circ$ ,  $\angle APD = 90^\circ$  より.  $AP = 3\sqrt{3}$  //

(2)  $\angle B = 60^\circ$ , 直線 AQ と辺 BC の交点を E とおくと.

$$\angle AEB = 90^\circ \quad \therefore BE = \frac{1}{2}x \quad \therefore \vec{AE} = \vec{b} + \frac{\frac{1}{2}x}{6}\vec{a} \quad \therefore \vec{AE} = \frac{x}{12}\vec{a} + \vec{b}$$

$$\text{また, } \triangle QAD \sim \triangle QEB \text{ より. } \vec{AQ} = \frac{6}{6 + \frac{1}{2}x} \vec{AE} \quad \therefore \vec{AQ} = \frac{x}{x+12}\vec{a} + \frac{12}{x+12}\vec{b} //$$

(3)  $|\vec{a}|^2 = 36$ ,  $|\vec{b}|^2 = x^2$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3x$  より.

$$|\vec{AQ}|^2 = \left(\frac{x}{x+12}\right)^2 \cdot 36 + \left(\frac{12}{x+12}\right)^2 x^2 + \frac{24x}{(x+12)^2} \cdot (-3x) = \frac{108x^2}{(x+12)^2}$$

$$\therefore |\vec{AQ}| = \frac{6\sqrt{3}x}{x+12} \quad AP = AQ \text{ より. } 3\sqrt{3} = \frac{6\sqrt{3}x}{x+12}$$

これを解いて.  $AB = x = 12$  //

(4)  $DP = 3$  より.  $\vec{AP} = \vec{a} + \frac{3}{x}\vec{b}$

$$\therefore \vec{PQ} = \vec{AQ} - \vec{AP} = -\frac{12}{x+12}\vec{a} + \left(\frac{12}{x+12} - \frac{3}{x}\right)\vec{b}$$

$$\vec{PQ} \parallel \vec{a} \text{ より. } \frac{12}{x+12} - \frac{3}{x} = 0 \quad \therefore \underline{x = 4} //$$