2013 年 数学科・物理学科（共通問題） 第 8 問

$\boxed{8}$ 硬貨投げをしたとき，表，裏がそれぞれ $\dfrac{1}{2}$ の確率で出る硬貨がある．この硬貨を用いて硬貨投げを n 回繰り返す．$k=1,\ 2,\ \cdots,\ n$ に対し，k 回目の硬貨投げの結果に応じて a_k を次で定める：

$$a_k = \begin{cases} 1 & k \text{ 回目の硬貨投げの結果が表のとき} \\ -1 & k \text{ 回目の硬貨投げの結果が裏のとき} \end{cases}$$

また，この $a_k\ (k=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$ を用いて n 次式 $f(x)$ を $f(x)=\sum_{k=1}^{n} a_k x^k$ で定める．

(1) n が偶数のとき，$f(x)$ が $x-1$ で割り切れる確率を n を用いて表せ．

(2) n が 4 の倍数のとき，$f(x)$ が $(x-1)(x+1)$ で割り切れる確率を n を用いて表せ．

(3) n が 2 以上の自然数のとき，$f(2)=2$ となる確率を n を用いて表せ．