

2016年 国際教養学部 第1問

1 次の問に答えよ。

(1) 直線  $-2x + 4y + 5 = 0$  を  $l$  とする。点  $A(2, 4)$  を通り、直線  $l$  に垂直な直線を  $m$  とし、同じく点  $A$  を通り、 $x$  軸に平行な直線を  $n$  とする。直線  $l$  と直線  $m$  の交点を  $B$  とし、直線  $l$  と直線  $n$  の交点を  $C$  とするとき、次の各問いに答えよ。

(i) 点  $B$  の座標は (  ,  ) である。

(ii) 線分  $AB$  の長さは  である。

(iii) 直線  $l$  上で線分  $CB$  を  $2:1$  に外分する点を  $D$  とし、直線  $m$  上で線分  $AB$  を  $3:2$  に外分する点を  $E$  とするとき、四角形  $ACED$  の面積は  である。

(2) 座標平面上に定点  $A(-1, 0)$  と  $B(1, 0)$  が与えられているとし、動点  $P, Q$  は、それぞれ  $A$  および  $B$  とは一致しないところを動くものとするとき、次の各問いに答えよ。

(i) 点  $P(x, y)$  が  $\angle APB = 90^\circ$  を満たすように動くとき、点  $P$  の  $y$  座標の最大値は  である。

(ii) 点  $Q(x, y)$  が  $\angle AQB = 120^\circ$  を満たすように動くとき、点  $Q$  の  $y$  座標の最大値は  であり、また、点  $Q$  が動いてできる曲線に2点  $A, B$  を付け加えた曲線を  $C$  とすると、曲線  $C$  が囲む部分の面積は  である。

(3)  $a$  を正の実数とし、 $a \neq \frac{1}{2}$  であるとする。曲線  $C: y = x^2 - 2x$  上の2点  $P, Q$  を考える。点  $P$  の座標を  $(\frac{3}{2}, -\frac{3}{4})$  とし、点  $Q$  の座標を  $(a+1, a^2-1)$  とする。点  $P$  を通り  $P$  における  $C$  の接線に直交する直線を  $l$  とし、点  $Q$  を通り  $Q$  における  $C$  の接線に直交する直線を  $m$  とする。2直線  $l$  と  $m$  の交点が曲線  $C$  上にあるとき、次の各問いに答えよ。

(i)  $a$  の値は  である。

(ii) 2直線  $l, m$  と曲線  $C$  とで囲まれた領域で  $x \geq 0$  を満たす部分の面積は  である。