早稲田大学

2016年 基幹理工・創造理工・先進理工 第1問

1 正の整数 m, n に対して $f(m,\ n)$ が次の等式を満たすように定められている.

$$\begin{cases} f(1,\ 1)=1, \quad f(2,\ 2)=6, \quad f(3,\ 3)=20 \\ f(m,\ n)=2f(m-1,\ n) \quad (m \geqq 2) \\ f(m,\ n)+3f(m,\ n-2)=3f(m,\ n-1)+f(m,\ n-3) \quad (n \geqq 4) \end{cases}$$

次の問に答えよ.

(1) $f(m,\ 1)$ および $f(1,\ n)$ をそれぞれ m, n の式で表せ.

(2) $f(6,\ 32)$ の値を求めよ.

(3) 任意の正の整数 l に対して, $f(m,\ n)=l$ を満たす正の整数 m, n が存在することを示せ.