



2015年医学部第4問

4 あるバクテリアをある条件の下で培養した場合、生存している1個が、1時間後には1回分裂して2個ともに生存しているか、あるいは死滅しているかであり、2個とも生存している確率が $p$ 、死滅している確率が $1-p$ であるという。このバクテリアがこの条件の下で最初1個生存していたとき、 $n$ 時間後に1個以上生存している確率を $P_n$ とおく。ただし、 $n$ は自然数とする。

(1)  $P_2, P_3$  をそれぞれ  $p$  の式で表せ。

(2)  $P_{n+1}$  を  $p$  と  $P_n$  の式で表せ。

(3)  $p = \frac{1}{3}$  のときの  $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n$  を求めよ。

(4)  $a$  を2より大きな実数とする。  $p = \frac{a-1}{a}$ ,  $Q_n = P_n - \frac{a-2}{a-1}$  としたとき、  $0 < Q_{n+1} < Q_n$  であることを示せ。

(5)  $p$  が(4)と同じときの  $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n$  を求めよ。