



2011年教育学部(算数・技術)第9問

9  $r$  は  $0 < r < 1$  を満たす実数とする. 座標平面上に1辺の長さが  $r^n$  の正方形  $R_n$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) があり, その頂点を反時計回りに  $A_n, B_n, C_n, D_n$  とする. さらに  $R_n$  は次の条件 (i), (ii) を満たすとする.

(i) 正方形  $R_0$  の頂点は  $A_0(0, 0), B_0(1, 0), C_0(1, 1), D_0(0, 1)$  である.

(ii)  $A_{n+1} = C_n$  で, 点  $D_{n+1}$  は辺  $C_nD_n$  上にある.

このとき以下の問いに答えよ.

(1) 点  $A_2, A_3, A_4$  の座標を  $r$  を用いて表せ.

(2)  $A_{4n}$  の座標を  $(x_n, y_n)$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) とおく.  $x_{n+1} - x_n$  および  $y_{n+1} - y_n$  を  $r, n$  の式で表せ.

(3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n, \lim_{n \rightarrow \infty} y_n$  を  $r$  を用いて表せ.