



2011年第2問

2 関数 $f(x) = e^x$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 原点から $y = f(x)$ のグラフへ引いた接線の方程式を求めよ。
- (2) (1) の接線の接点を P_1 とする。点 P_1 から x 軸に下ろした垂線と x 軸との交点を $A_1(a_1, 0)$ とする。このとき、点 A_1 から $y = f(x)$ のグラフへ引いた接線の方程式を求めよ。
- (3) (2) の接線の接点を P_2 とする。点 P_2 から x 軸に下ろした垂線と x 軸との交点を $A_2(a_2, 0)$ とする。このとき、点 A_2 から $y = f(x)$ のグラフへ接線を引き、その接点を P_3 とする。さらに、点 P_3 から x 軸に下ろした垂線と x 軸との交点を $A_3(a_3, 0)$ とする。このようにして、次々に x 軸上の点 $A_1(a_1, 0)$, $A_2(a_2, 0)$, $A_3(a_3, 0)$, \dots を得る。このとき、数列 a_1, a_2, a_3, \dots の一般項 a_n を推定し、その推定が正しいことを数学的帰納法で証明せよ。