

2010年第1問



1 袋の中に1から5までの番号のついた玉がそれぞれ2個ずつ入っている。この袋から1個ずつ玉を取り出す。ただし、一度取り出した玉は袋に戻さないものとする。このとき以下の問いに答えよ。

- (1) 1回目に取り出した玉の番号と4回目に取り出した玉の番号とが同じである確率を求めよ。  
 (2) 1回目に取り出した玉の番号が、4回目に取り出した玉の番号より大きい確率を求めよ。  
 (3) 2回目以降に取り出した玉の番号が、それまでに取り出した玉の番号のいずれかと同じ番号となるまで繰り返すとき、取り出した玉の個数の期待値を求めよ。

$$(1) 1 \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{9}$$

(2) (1回目) > (4回目) となる確率と (1回目) < (4回目) となる確率は等しいので

$$(1) \text{より} \quad \frac{1 - \frac{1}{9}}{2} = \frac{4}{9}$$

$$(3) (i) 2個 \text{ となるのは} \quad 1 \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{9}$$

$$(ii) 3個 \text{ となるのは} \quad 1 \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{2}{9}$$

$$(iii) 4個 \text{ となるのは} \quad 1 \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2}{7}$$

$$(iv) 5個 \text{ となるのは} \quad 1 \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{6} = \frac{16}{63}$$

$$(v) 6個 \text{ となるのは} \quad 1 \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{2}{6} \cdot 1 = \frac{8}{63}$$

(i) ~ (v) より

$$(\text{期待値}) = 2 \cdot \frac{1}{9} + 3 \cdot \frac{2}{9} + 4 \cdot \frac{2}{7} + 5 \cdot \frac{16}{63} + 6 \cdot \frac{8}{63}$$

$$= \frac{256}{63}$$