



2016年 第2問

2  $xy$  平面の直線  $y = (\tan 2\theta)x$  を  $l$  とする. ただし  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$  とする. 図で示すように, 円  $C_1, C_2$  を以下の (i)~(iv) で定める.

- (i) 円  $C_1$  は直線  $l$  および  $x$  軸の正の部分と接する.
- (ii) 円  $C_1$  の中心は第1象限にあり, 原点  $O$  から中心までの距離  $d_1$  は  $\sin 2\theta$  である.
- (iii) 円  $C_2$  は直線  $l$ ,  $x$  軸の正の部分, および円  $C_1$  と接する.
- (iv) 円  $C_2$  の中心は第1象限にあり, 原点  $O$  から中心までの距離  $d_2$  は  $d_1 > d_2$  を満たす.

円  $C_1$  と円  $C_2$  の共通接線のうち,  $x$  軸, 直線  $l$  と異なる直線を  $m$  とし, 直線  $m$  と直線  $l$ ,  $x$  軸との交点をそれぞれ  $P, Q$  とする.

- (1) 円  $C_1, C_2$  の半径を  $\sin \theta, \cos \theta$  を用いて表せ.
- (2)  $\theta$  が  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$  の範囲を動くとき, 線分  $PQ$  の長さの最大値を求めよ.
- (3) (2) の最大値を与える  $\theta$  について直線  $m$  の方程式を求めよ.

