



2015年 第2問

2 半径1の円を内接円とする三角形ABCが、辺ABと辺ACの長さが等しい二等辺三角形であるとする。辺BC, CA, ABと内接円の接点をそれぞれP, Q, Rとする。また、 $\alpha = \angle CAB$ ,  $\beta = \angle ABC$ とし、三角形ABCの面積をSとする。

- (1) 線分AQの長さを $\alpha$ を用いて表し、線分QCの長さを $\beta$ を用いて表せ。
- (2)  $t = \tan \frac{\beta}{2}$ とおく。このとき、Sを $t$ を用いて表せ。
- (3) 不等式 $S \geq 3\sqrt{3}$ が成り立つことを示せ。さらに、等号が成立するのは、三角形ABCが正三角形のときに限ることを示せ。