



2014年 第5問

5 実数を成分とする正方行列

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

について、以下の問いに答えよ。

- (1) $AB = BA$ を満たす A は、実数 x, y を用いて $A = xB + yE$ と表せることを示せ。
- (2) $A^3 = E$ のとき

$$(t^2 - \Delta)A = (t\Delta + 1)E$$

を示せ。ただし、 $t = a + d$, $\Delta = ad - bc$ とする。

- (3) $AB = BA$ かつ $A^3 = E$ を満たす A をすべて求めよ。