



2014年第2問

2  $xy$  平面上の曲線  $C : y = x \sin x + \cos x - 1$  ( $0 < x < \pi$ ) に対して、以下の問いに答えよ。ただし  $3 < \pi < \frac{16}{5}$  であることは証明なしで用いてよい。

- (1) 曲線  $C$  と  $x$  軸の交点はただ1つであることを示せ。
- (2) 曲線  $C$  と  $x$  軸の交点を  $A(\alpha, 0)$  とする。  $\alpha > \frac{2}{3}\pi$  であることを示せ。
- (3) 曲線  $C$ ,  $y$  軸および直線  $y = \frac{\pi}{2} - 1$  で囲まれる部分の面積を  $S$  とする。また,  $xy$  平面の原点  $O$ , 点  $A$  および曲線  $C$  上の点  $B\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} - 1\right)$  を頂点とする三角形  $OAB$  の面積を  $T$  とする。  $S < T$  であることを示せ。