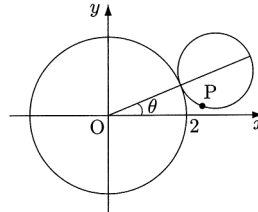




2013年教育学部(数学・技術・理科)第15問

15 原点 O を中心とする半径 2 の円を A とする. 半径 1 の円(以下、「動円」と呼ぶ)は, 円 A に外接しながら, すべることなく転がる. ただし, 動円の中心は円 A の中心に関し反時計回りに動く. 動円上の点 P の始めの位置を $(2, 0)$ とする. 動円の中心と原点を結ぶ線分が x 軸の正方向となす角を θ として, θ を $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲で動かしたときの P の軌跡を C とする.



- (1) C を媒介変数 θ を用いて表せ.
- (2) P の y 座標が $\frac{1}{2}$ のとき, P での C の接線の傾きを求めよ.
- (3) C の長さを求めよ. ただし, 曲線 $x = f(\theta)$, $y = g(\theta)$ ($\alpha \leq \theta \leq \beta$) の長さは

$$\int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2} d\theta \text{ で与えられる.}$$