# 筑波大学

2013 年 第 4 問

$\boxed{4}$ 3 つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ が

$$a_{n+1} = -b_n - c_n \qquad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$
$$b_{n+1} = -c_n - a_n \qquad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$
$$c_{n+1} = -a_n - b_n \qquad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

および $a_1 = a$, $b_1 = b$, $c_1 = c$ を満たすとする．ただし，$a$, $b$, $c$ は定数とする．

(1) $p_n = a_n + b_n + c_n$ $(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ で与えられる数列 $\{p_n\}$ の初項から第 $n$ 項までの和 $S_n$ を求めよ．

(2) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ の一般項を求めよ．

(3) $q_n = (-1)^n\{(a_n)^2 + (b_n)^2 + (c_n)^2\}$ $(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ で与えられる数列 $\{q_n\}$ の初項から第 $2n$ 項までの和を $T_n$ とする．$a + b + c$ が奇数であれば，すべての自然数 $n$ に対して $T_n$ が正の奇数であることを数学的帰納法を用いて示せ．