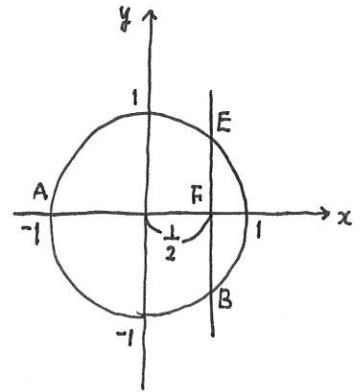
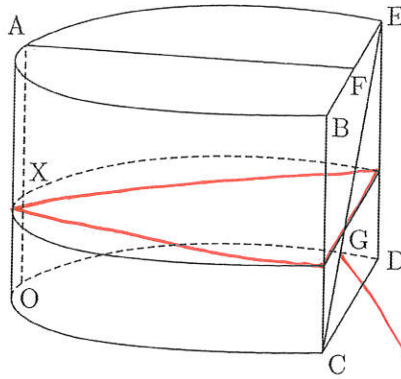
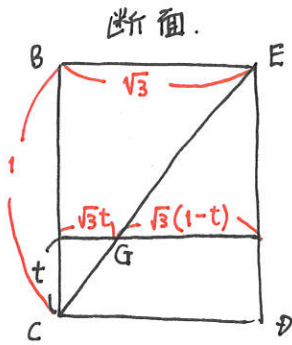


2014年学芸(数学)第3問

数理
石井

3 下図は、半径1の円を底面とする高さ1の円柱を、底面に垂直な平面で切り取ったものである。ここで、線分OAは底面に垂直である。また、点B、E、Fは点Aを通り線分OAに垂直な平面上にあり、線分AFとBEは垂直である。さらに、Fは線分BEの中点であり、 $AF = \frac{3}{2}$ である。線分OA上に点Xをとり、 $OX = t$ とする。Xを通り、線分OAに垂直な平面と線分ECとの交点をGとする。



(1) BFを求めよ。

$$(1) BF = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(2) XGをtを用いて表せ。

$$\underline{\underline{XG = \sqrt{3}(t^2 - t + 1)}}$$

(3) XがOからAまで動くとき、線分XGを線分OAの周りに回転してできる図形が通過してできる立体の体積Vを求めよ。

(2) 三平方の定理より。

$$\begin{aligned} XG^2 &= \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3}t\right)^2 \\ &= 3t^2 - 3t + 3 \end{aligned}$$

$$\therefore XG = \sqrt{3(t^2 - t + 1)}$$

(3) 円をこみ上げる。

$$V = \int_0^1 \pi \cdot XG^2 dt$$

$$= \pi \int_0^1 3(t^2 - t + 1) dt$$

$$= 3\pi \left[\frac{t^3}{3} - \frac{t^2}{2} + t \right]_0^1$$

$$= \frac{5}{2}\pi$$

