



2010年学芸(数学)第4問

4 次の問いに答えよ.

- (1) n を自然数とする. 次数が n の多項式 $P(x) = a_0 + a_1x + \cdots + a_nx^n$ について $a_1 = P'(0)$ であることを確かめよ. ただし, $P'(0)$ は $P(x)$ の $x = 0$ における微分係数である.
- (2) 自然数 n に対して, $f_n(x) = (x+1)(x+2)\cdots(x+n)$ で与えられる n 次多項式 $f_n(x)$ の1次の係数を c_n とする. $f_{n+1}(x) = (x+n+1)f_n(x)$ を用いて, $c_{n+1} = n! + (n+1)c_n$ が成り立つことを示せ. また, それを用いて, $c_n = n! \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}\right)$ であることを示せ.