

2012年学芸(情報科学)第2問

2 次の問に答えよ。

- (1) 奇数の平方は8で割ると1余ることを示せ。
 (2) 11, 111, 1111, …のように数字1のみが並ぶ2桁以上の整数は平方数ではないことを示せ。

(1) 奇数は $2n+1$ (n : 整数) と表せるので

$$\begin{aligned} \text{奇数の平方は } (2n+1)^2 &= 4n^2+4n+1 \\ &= 4n(n+1)+1 \end{aligned}$$

ここで, n と $n+1$ は連続する2つの整数なのでその積 $n(n+1)$ は偶数である $\therefore n(n+1) = 2m$ とおくと

$$(2n+1)^2 = 8m+1 \text{ となり, } 8 \text{ で割ると } 1 \text{ 余る } \square$$

(2) 11, 111, 1111, … は奇数であることより,

平方数であると仮定すると, 奇数の平方である

 \therefore (1) より 8で割ると1余る … (*)

(i) 11が平方数となる場合

11を8で割ると3余るので(*)に矛盾。

(ii) 111, 1111, … のいずれかが平方数となる場合。

 $N = 1000 \times l + 111$ (l は0以上の整数) と表せ,

$$N = 8(125l + 13) + 7 \quad \therefore 8 \text{ で割ると } 7 \text{ 余る } \therefore (*) \text{ に矛盾}$$

(i), (ii) より, 11, 111, 1111, … のいずれかが平方数としても矛盾する

よって, これらはすべて平方数ではない \square