



2013年理系第3問

 数理
石井K

 3 関数 $f(x) = e^x - x$ を考える.

- (1) $f(x)$ の最小値を求めなさい.
 (2) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸, および 2 直線 $x = -1, x = 1$ で囲まれた図形を x 軸の周りに 1 回転してできる回転体の体積を求めなさい.

$$(1) f'(x) = e^x - 1$$

$$\therefore f'(x) = 0 \text{ となるのは } x = 0$$

増減表より. 最小値 1 ($x = 0$ のとき) //

x	...	0	...
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↓	1	↑

極小

(2)

$$V = \pi \int_{-1}^1 (e^x - x)^2 dx$$

$$= \pi \int_{-1}^1 e^{2x} - 2xe^x + x^2 dx$$

$$= \pi \left[\frac{e^{2x}}{2} + \frac{x^3}{3} \right]_{-1}^1 - 2\pi \int_{-1}^1 x(e^x)' dx$$

$$= \pi \left(\frac{e^2}{2} + \frac{1}{3} - \frac{e^{-2}}{2} + \frac{1}{3} \right) - 2\pi [xe^x]_{-1}^1 + 2\pi \int_{-1}^1 e^x dx$$

$$= \pi \left(\frac{e^2}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2e^2} \right) - 2\pi \left(e + \frac{1}{e} \right) + 2\pi [e^x]_{-1}^1$$

$$= \pi \left(\frac{e^2}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2e^2} - 2e - \frac{2}{e} + 2e - \frac{2}{e} \right)$$

$$= \left(\frac{1}{2}e^2 - \frac{4}{e} - \frac{1}{2e^2} + \frac{2}{3} \right) \pi //$$

