0001676723238999

学習院大学

2011年 経済学部 第4問

数理
石井K

$\boxed{4}$ a, bを実数とする．3次方程式 $x^3-3ax^2+a+b=0$ が3個の相異なる実数解をもち，そのうち1個だけが負となるためのa, bの満たす条件を求めよ．また，その条件を満たす点$(a,\ b)$の存在する領域を平面上に図示せよ．

$f(x)=x^3-3ax^2+a+b$ とおく

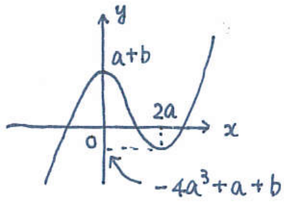
$f'(x)=3x^2-6ax=3x(x-2a)$

x	$\cdots$	0	$\cdots$	$2a$	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	$a+b$	$\searrow$	$-4a^3+a+b$	$\nearrow$

(i) $a>0$ のとき．

$f'(x)=0$ となるのは，$x=0,\ 2a$

∴ 増減表は右のようになり．

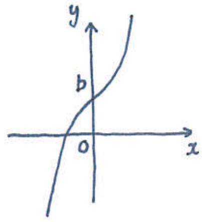


グラフより．$a+b>0$，かつ $-4a^3+a+b<0$

すなわち．$b>-a$ かつ $b<4a^3-a$

(ii) $a=0$ のとき．

グラフの形を考えると．条件をみたす b は存在しない

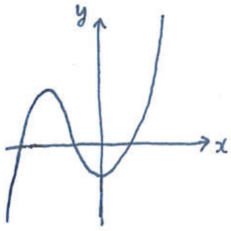


(iii) $a<0$ のとき．

グラフの形より．条件をみたす

b は存在しない

x	$\cdots$	$2a$	$\cdots$	0	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	$-4a^3+a+b$	$\searrow$	$a+b$	$\nearrow$



(i)〜(iii)より．

a, b の満たす条件は．

$\underline{a>0 \text{ かつ } b>-a \text{ かつ } b<4a^3-a}$ //

∴ 右図の斜線部分（境界線は含まない）