



2010年学芸(数学)第4問

4 次の問いに答えよ.

- (1)  $n$  を自然数とする. 次数が  $n$  の多項式  $P(x) = a_0 + a_1x + \cdots + a_nx^n$  について  $a_1 = P'(0)$  であることを確かめよ. ただし,  $P'(0)$  は  $P(x)$  の  $x = 0$  における微分係数である.
- (2) 自然数  $n$  に対して,  $f_n(x) = (x+1)(x+2)\cdots(x+n)$  で与えられる  $n$  次多項式  $f_n(x)$  の1次の係数を  $c_n$  とする.  $f_{n+1}(x) = (x+n+1)f_n(x)$  を用いて,  $c_{n+1} = n! + (n+1)c_n$  が成り立つことを示せ. また, それを用いて,  $c_n = n! \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}\right)$  であることを示せ.