0001848811518999

宮城教育大学

2014年 教育学部 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ $1 \leqq n < m$ をみたす自然数の組を $(m,\ n)$ と表し，これらを次の規則で順番に並べる．

（i）1番目は組 $(2,\ 1)$ とする．

（ii）k 番目が組 $(m,\ n)$ のとき，

$n < m-1$ ならば，$k+1$ 番目は組 $(m,\ n+1)$ とし，

$n = m-1$ ならば，$k+1$ 番目は組 $(m+1,\ 1)$ とする．

例えば，2番目の組は $(3,\ 1)$，3番目の組は $(3,\ 2)$，4番目の組は $(4,\ 1)$，5番目の組は $(4,\ 2)$ となる．次の問いに答えよ．

(1) 20番目の自然数の組を求めよ．

(2) m を2以上の自然数とするとき，組 $(m,\ 1)$ は何番目かを答えよ．

(3) $1 \leqq n < m \leqq 5$ をみたすすべての組 $(m,\ n)$ を考える．組 $(m,\ n)$ から分数 $\dfrac{n}{m}$ を作るとき，これらの分数の総和を求めよ．

(4) l を2以上の自然数とする．$1 \leqq n < m \leqq l$ をみたすすべての組 $(m,\ n)$ から作る分数 $\dfrac{n}{m}$ の総和が $\dfrac{4753}{2}$ であるとき，l の値を求めよ．

(1) 組 $(2, i)$ となるものは1個，$(3, i)$ は2個，… (m, i) は $m-1$ 個．ある．

$1+2+3+4+5=15$ より．16番目は $(7, 1)$，17番目は $(7, 2)$，

18番目は $(7, 3)$．19番目は $(7, 4)$，20番目は $\underline{(7, 5)}$ //

(2) $\displaystyle\sum_{i=1}^{m-2} i = \frac{1}{2}(m-2)(m-1)$　$\therefore \frac{1}{2}(m-2)(m-1)+1 = \underline{\frac{1}{2}m^2 - \frac{3}{2}m + 2 \text{ 番目}}$ //

これは $m=2$ のときも成り立つ．

(3) 総和を S とおくと．$S = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} + \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5}$

$= \underline{5}$ //

(4) 分母が j $(j \geqq 2)$ の分数の和は．$\dfrac{\sum_{i=1}^{j-1} i}{j} = \frac{1}{2}(j-1)$ より．

$$\sum_{j=2}^{l} \frac{1}{2}(j-1) = \frac{4753}{2} \qquad \therefore \frac{1}{2}l(l+1) - l = 4753$$

$$\therefore l^2 - l = 9506 \qquad \therefore (l-98)(l+97) = 0$$

$l > 0$ より $\underline{l = 98}$ //