



2016年 理工・生命科学・食環境科学 第4問

4  $xy$  平面において、点  $P$  が単位円周上の  $y \geq 0$  の部分を動くとき、点  $P$  から単位円周上の3点  $A(1, 0)$ ,  $B(-1, 0)$ ,  $C\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$  までの距離の和  $PA + PB + PC$  を  $L$  とする。以下、 $L$  の最大値を求める。点  $P$  の座標を  $(\cos \theta, \sin \theta)$  とおき、 $L$  を  $\theta$  の式で表すと、

$$L = \sqrt{(\cos \theta - \boxed{\text{ア}})^2 + \sin^2 \theta} + \sqrt{(\cos \theta + \boxed{\text{イ}})^2 + \sin^2 \theta} + \sqrt{\left(\cos \theta - \frac{1}{\boxed{\text{ウ}}}\right)^2 + \left(\sin \theta - \frac{\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}\right)^2}$$

と表される。整理すると、たとえば、点  $P$  が第2象限にあるとき、

$$L = \left(\boxed{\text{カ}} + \sqrt{\boxed{\text{キ}}}\right) \sin \frac{\theta}{\boxed{\text{ク}}} + \cos \frac{\theta}{\boxed{\text{ケ}}}$$

となり、適当な実数  $\alpha$  を用いて

$$L = \sqrt{\boxed{\text{コ}} + \boxed{\text{サ}}} \sqrt{\boxed{\text{シ}}} \sin\left(\frac{\theta}{\boxed{\text{ス}}} + \alpha\right)$$

と表すことができる。よって、 $L$  の最大値は、 $\sqrt{\boxed{\text{セ}}} + \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$  である。ただし、 $\boxed{\text{セ}} > \boxed{\text{ソ}}$  とする。