



2016年理工・生命科学・食環境科学第4問

4 xy 平面において、点 P が単位円周上の $y \geq 0$ の部分を動くとき、点 P から単位円周上の3点 $A(1, 0)$, $B(-1, 0)$, $C\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ までの距離の和 $PA + PB + PC$ を L とする。以下、 L の最大値を求める。点 P の座標を $(\cos \theta, \sin \theta)$ とおき、 L を θ の式で表すと、

$$L = \sqrt{(\cos \theta - \boxed{\text{ア}})^2 + \sin^2 \theta} + \sqrt{(\cos \theta + \boxed{\text{イ}})^2 + \sin^2 \theta} + \sqrt{\left(\cos \theta - \frac{1}{\boxed{\text{ウ}}}\right)^2 + \left(\sin \theta - \frac{\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}\right)^2}$$

と表される。整理すると、たとえば、点 P が第2象限にあるとき、

$$L = \left(\boxed{\text{カ}} + \sqrt{\boxed{\text{キ}}}\right) \sin \frac{\theta}{\boxed{\text{ク}}} + \cos \frac{\theta}{\boxed{\text{ケ}}}$$

となり、適当な実数 α を用いて

$$L = \sqrt{\boxed{\text{コ}} + \boxed{\text{サ}} \sqrt{\boxed{\text{シ}}}} \sin \left(\frac{\theta}{\boxed{\text{ス}}} + \alpha \right)$$

と表すことができる。よって、 L の最大値は、 $\sqrt{\boxed{\text{セ}}} + \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$ である。ただし、 $\boxed{\text{セ}} > \boxed{\text{ソ}}$ とする。