

2015年工（電気電子工，建築）第4問

数理
石井K

4 関数 $f(x) = e^{-x^4}$ について次の問に答えよ。

- (1) $f'(x)$ を求めよ。
 (2) $f''(x)$ を求めよ。
 (3) 関数 $y = f(x)$ の増減，極値，グラフの凹凸および変曲点を調べて，そのグラフをかけ。
 (4) 定積分 $\int_0^1 x^3 f(x) dx$ の値を求めよ。

(1) $f'(x) = -4x^3 e^{-x^4}$ //

(2) $f''(x) = -12x^2 e^{-x^4} - 4x^3 \cdot (-4x^3) e^{-x^4}$
 $= 4x^2(4x^4 - 3) e^{-x^4}$ //

(3) (1) より， $f'(x) = 0$ となるのは $x = 0$

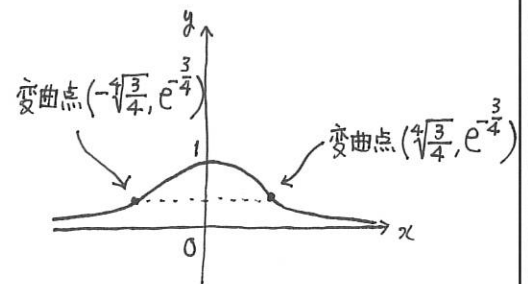
(2) より， $f''(x) = 0$ となるのは， $x = 0, \pm\sqrt[4]{\frac{3}{4}}$

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$ と

右の増減表より，グラフは右下のようになる。

また， $x = 0$ のとき，極大値 1 をとり，変曲点は $(\pm\sqrt[4]{\frac{3}{4}}, e^{-\frac{3}{4}})$ //

x	...	$-\sqrt[4]{\frac{3}{4}}$...	0	...	$\sqrt[4]{\frac{3}{4}}$...
$f'(x)$	+	+	+	0	-	-	-
$f''(x)$	+	0	-	0	-	0	+
$f(x)$	↗	$e^{-\frac{3}{4}}$	↗	1	↘	$e^{-\frac{3}{4}}$	↘



(4) $\int_0^1 x^3 f(x) dx = -\frac{1}{4} \int_0^1 -4x^3 f(x) dx$
 $= -\frac{1}{4} \int_0^1 -4x^3 e^{-x^4} dx$
 $= -\frac{1}{4} \int_0^1 f'(x) dx \quad (\because (1) \text{より})$
 $= -\frac{1}{4} [f(x)]_0^1$
 $= -\frac{1}{4} \{f(1) - f(0)\}$
 $= -\frac{1}{4} \left(\frac{1}{e} - 1 \right)$
 $= \frac{e-1}{4e}$ //