



2015年 理学部（物理） 第1問

1 二つの放物線

$$C_1 : y = x^2$$

$$C_2 : y = \frac{1}{2}(x - a)^2 + b$$

がある。ただし、 $a$ 、 $b$ は実数であり、 $b > 0$ とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 放物線  $C_1$  上の点  $P(p, p^2)$  における接線  $l$  の方程式を求めよ。
- (2) 接線  $l$  が  $C_2$  にも接する場合の  $p$  を  $a$  と  $b$  を用いて表せ。
- (3) (2) より  $C_1$ 、 $C_2$  の両方に接する直線が2本存在することがわかる。この二つの直線の交点  $Q$  の座標を  $a$  と  $b$  を用いて表せ。
- (4) 放物線  $C_2$  の頂点が曲線  $y = e^{-2x^2}$  上を動くとき、交点  $Q$  の軌跡を  $y = f(x)$  で表す。関数  $f(x)$  を求めよ。また  $f(x)$  の増減と凹凸を調べ軌跡の概形をかけ。