



2014年第3問

3 関数  $f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$  を  $x > 0$  で考える.  $y = f(x)$  のグラフの点  $(a, f(a))$  における接線を  $l_a$  とし,  $l_a$  と  $y$  軸との交点を  $(0, Y(a))$  とする. 以下の問いに答えよ. ただし, 実数  $k$  に対して  $\lim_{t \rightarrow \infty} t^k e^{-t} = 0$  であることは証明なしで用いてよい.

- (1)  $Y(a)$  がとりうる値の範囲を求めよ.
- (2)  $0 < a < b$  である  $a, b$  に対して,  $l_a$  と  $l_b$  が  $x$  軸上で交わる時,  $a$  のとりうる値の範囲を求め,  $b$  を  $a$  で表せ.
- (3) (2) の  $a, b$  に対して,  $Z(a) = Y(a) - Y(b)$  とおく.  $\lim_{a \rightarrow +0} Z(a)$  および  $\lim_{a \rightarrow +0} \frac{Z'(a)}{a}$  を求めよ.