



2011年医学部第3問

3 実数を成分とする行列  $A = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & c \end{pmatrix}$  は  $A^2 - A + E = O$  をみたすとする。ただし、 $E$  は2次の単位行列、 $O$  は2次の零行列を表し、 $b > 0$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1)  $b$  と  $c$  を、それぞれ  $a$  を用いて表せ。

(2) 2つのベクトル  $A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  と  $A \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$  が垂直であるとき、行列  $A$  を求めよ。

(3)  $A$  を(2)で求めた行列とする。1個のさいころを  $k+1$  回投げて、出た目を順に  $m_1, m_2, \dots, m_{k+1}$  とする。このときベクトル  $P_0, P_1, P_2, \dots, P_{k+2}$  を次のように定める。

$$\bullet P_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, P_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\bullet P_{n+1} = P_n + A^{m_n}(P_n - P_{n-1}) \quad (n = 1, 2, \dots, k+1)$$

さらに、ベクトル  $P_1, \dots, P_{k+1}$  がすべて異なり  $P_{k+2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  となる確率を  $q_k$  とする。このとき、 $q_1, q_2, q_3$  を、それぞれ求めよ。