



2012年 理学部（数学） 第2問

2  $x > 0$  のとき、 $\tan \theta = x$  となる  $\theta$  が  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  の範囲にただ1つ存在する。その  $\theta$  を  $f(x)$  と表すことにする。

- (1)  $f\left(\frac{2}{k}\right) + f\left(\frac{2}{l}\right) = \frac{\pi}{4}$  を満たす自然数の組  $(k, l)$  を求めよ。ただし、 $k \leq l$  とする。
- (2) 自然数  $m, n$  について、 $\sin\left\{2f\left(\frac{m}{n}\right)\right\}$  を  $m$  と  $n$  を用いて表せ。
- (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n \sin\left\{2f\left(\frac{m}{n}\right)\right\}$  を求めよ。