

2015年 医学部 第24問

 数理  
石井K

 24 定積分  $\frac{35}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^7 x dx$  の値を求めよ.

$$(与式) = \frac{35}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos^2 x)^3 \cdot \sin x dx$$

$$t = \cos x \quad \text{とおいて置換積分する.} \quad dt = -\sin x \cdot dx \quad \begin{array}{l|l} x & 0 \rightarrow \frac{\pi}{2} \\ t & 1 \rightarrow 0 \end{array}$$

$$(与式) = \frac{35}{2} \int_1^0 (1 - t^2)^3 \cdot (-dt)$$

$$= \frac{35}{2} \int_0^1 (1 - 3t^2 + 3t^4 - t^6) dt$$

$$= \frac{35}{2} \left[ t - t^3 + \frac{3}{5} t^5 - \frac{1}{7} t^7 \right]_0^1$$

$$= \frac{35}{2} \left( 1 - 1 + \frac{3}{5} - \frac{1}{7} \right)$$

$$= \frac{35}{2} \cdot \frac{16}{35}$$

$$= \underline{\underline{8}}$$