



2012年 理学部 (数学) 第2問

2 $x > 0$ のとき, $\tan \theta = x$ となる θ が $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲にただ1つ存在する. その θ を $f(x)$ と表すことにする.

- (1) $f\left(\frac{2}{k}\right) + f\left(\frac{2}{l}\right) = \frac{\pi}{4}$ を満たす自然数の組 (k, l) を求めよ. ただし, $k \leq l$ とする.
- (2) 自然数 m, n について, $\sin\left\{2f\left(\frac{m}{n}\right)\right\}$ を m と n を用いて表せ.
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n \sin\left\{2f\left(\frac{m}{n}\right)\right\}$ を求めよ.