富山大学

2014年 第1問

$\boxed{1}$ 次の条件（ｉ），（ii），（iii）を同時に満たす整数の組$(x,\ y)$をすべて求めよ．

（ｉ）yはxの整数倍である

（ii）$x \geqq 2$

（iii）$x^2 + 6! = y^2$

(i)より．$y = kx$（k：整数）と表せる．

(iii)に代入して．$x^2 + 6! = k^2x^2$ ，ここで $6! = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$ より．

$$\therefore\ (k^2-1)x^2 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \quad \cdots (*)$$

k^2-1は整数なので，$x^2 = 2^4,\ 2^2,\ 2^2 \cdot 3^2,\ 2^4 \cdot 3^2,\ 3^2$ の5通り．

すなわち．$x = 2^2,\ 2,\ 6,\ 12,\ 3$

- $x = 4$ のとき．$(*)$に代入して．$k^2-1 = 45$ $\therefore k^2 = 46$ 不適
- $x = 2$ のとき． $k^2-1 = 180$ $\therefore k^2 = 181$ 不適．
- $x = 6$ のとき． $k^2-1 = 20$ $\therefore k^2 = 21$ 不適
- $x = 12$ のとき $k^2-1 = 5$ $\therefore k^2 = 6$ 不適．
- $x = 3$ のとき． $k^2-1 = 80$ $\therefore k = \pm 9$

$\therefore$ $x = 3$，$k = \pm 9$ のとき $y = \pm 27$ より．

求める解は．$\underline{(x,\ y) = (3,\ \pm 27)}$ //