

2013年 環境・経営 第4問

4 次のようなゲームについて以下の問に答えよ。

カードが5枚伏せてある。1回の試行ではカードをかき混ぜて1枚をでたらめに選んでめくり、出たカードの番号に対応する賞品がもらえる。5種類の賞品をすべてあつめるのが目的である。ただし、めくったカードはその都度戻すものとする。

ここで、すでに k 種類の賞品を持っている状況で試行を1回行ってまだ持っていない賞品がもらえる確率を P_k で表すとする ($0 \leq k \leq 4$)。 $P_0 = 1$ である。

- (1) P_1 の値を求めよ。
- (2) P_k を k を用いた式で表せ。
- (3) 5回の試行で賞品が全種類そろった確率を求めよ。その際、考え方を説明し、確率を求める式も示せ。
- (4) 試行を5回行った時点で得られている賞品が4種類だけである確率を求めよ。その際、考え方を説明し、確率を求める式も示せ。
- (5) ある事象が起きる確率が x であるとき、その事象が起きるまで繰り返し試行を行うならば、必要な試行回数の期待値は $\frac{1}{x}$ だと知られている。ここで、賞品を k 種類 ($0 \leq k \leq 4$) 持っている状況から始めてまだ持っていない賞品のいずれか1つが得られるまでの試行回数の期待値を Q_k で表すとする ($0 \leq k \leq 4$)。 Q_k を P_k を用いた式で表せ。さらに k を用いた (P_k を使わない) 形で式を表せ。
- (6) 賞品を n 種類持っている状況から始めて賞品が m 種類そろったまでの試行回数の期待値は $\sum_{k=n}^{m-1} Q_k$ となる。ただし、 $0 \leq n < m \leq 4$ である。賞品を1つも持っていない状況から4種類そろったまでと、4種類そろった状況から最後の1種類が出るまでと、試行回数の期待値はどちらが大きいのか。計算して求めよ。