鳥取大学

2012年 医（医） 第4問

$\boxed{4}$ 3以上の自然数 n に対して

$$S_n = \sum_{k=3}^{n} \frac{\log k}{k} \quad (n = 3,\ 4,\ 5,\ \cdots)$$

とおいて数列 $\{S_n\}$ を定める．次の問いに答えよ．

(1) 関数 $y = \dfrac{\log x}{x}$ $(x > 0)$ の増減と極値を調べよ．

(2) 4以上の自然数 n に対して不等式

$$S_n - \frac{\log 3}{3} \leqq \int_3^n \frac{\log x}{x}\,dx \leqq S_{n-1}$$

が成り立つことを示せ．

(3) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{S_n}{(\log n)^2}$ を求めよ．