

2014年医学部第3問



3 座標平面の曲線 $C: y = \sqrt{x^2 + 9}$ 上の点 $A(4, 5)$ における接線を L とする。

(1) 接線 L の方程式は

$$y = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} x + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

$\frac{4}{5}$
 $\frac{9}{5}$

である。

(2) 曲線 C , 接線 L および y 軸とで囲まれた図形を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を V とすれば

$$V = \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}} \pi$$

$\frac{12}{5}$

である。

$$(1) y' = \frac{1}{\sqrt{x^2+9}} \cdot \frac{2x}{2} = \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}$$

$$\therefore L: y = \frac{4}{5}(x-4) + 5 \quad \therefore L: y = \frac{4}{5}x + \frac{9}{5}$$

$$(2) V = (\text{円すい}) - \pi \int_3^5 x^2 dy$$

$$= \pi \cdot 4^2 \cdot \left(5 - \frac{9}{5}\right) \cdot \frac{1}{3} - \pi \int_3^5 \underbrace{y^2 - 9}_{y = \sqrt{x^2+9} \text{ より}} dy$$

$$= \pi \cdot 16 \cdot \frac{16}{5} \cdot \frac{1}{3} - \pi \left[\frac{y^3}{3} - 9y \right]_3^5$$

$$= \frac{256}{15} \pi - \pi \left(\frac{125}{3} - 45 - 9 + 27 \right)$$

$$= \frac{12}{5} \pi$$

