



2014年理学部(物・化・生・地)・薬・工・先進(物・電・ナ・画・情)第4問

4 n, m を0以上の整数とし,

$$I_{n,m} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n \theta \sin^m \theta d\theta$$

とおく. このとき, 以下の問いに答えよ.

(1) $n \geq 2$ のとき, $I_{n,m}$ を $I_{n-2,m+2}$ を使って表せ.

(2) 次の式

$$I_{2n+1,2m+1} = \frac{1}{2} \int_0^1 x^n (1-x)^m dx$$

を示せ.

(3) 次の式

$$\frac{n!m!}{(n+m+1)!} = \frac{{}^m C_0}{n+1} - \frac{{}^m C_1}{n+2} + \dots + (-1)^m \frac{{}^m C_m}{n+m+1}$$

を示せ. ただし $0! = 1$ とする.