



2014年地域第1問

1 方程式 $2(4^x + 4^{-x}) - 9(2^x + 2^{-x}) + 14 = 0$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $2^x + 2^{-x} = t$ において t の満たす方程式を求めよ。
 (2) t の値を求めよ。
 (3) x の値を求めよ。

(1) $t^2 = 4^x + 4^{-x} + 2$ より、方程式は

$$2(t^2 - 2) - 9t + 14 = 0 \quad \text{となる}$$

$$\therefore \underline{2t^2 - 9t + 10 = 0}, \quad (t=t^{\text{なし}}, t = 2^x + 2^{-x} \geq 2\sqrt{2^x \cdot 2^{-x}} = 2)$$

(2) (1) より、

$$(2t - 5)(t - 2) = 0$$

$$\therefore \underline{t = \frac{5}{2}, 2},$$

これは $t \geq 2$ をみたしている

$$\begin{array}{r} 2 \times -5 \\ 1 \times -2 \end{array}$$

(3) ① $2^x + 2^{-x} = \frac{5}{2}$ を解くと、

$$(2^x)^2 - \frac{5}{2} \cdot 2^x + 1 = 0$$

$$\therefore 2^x = \frac{\frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} - 4}}{2} = \frac{\frac{5}{2} \pm \frac{3}{2}}{2}$$

$$\therefore 2^x = 2, \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = 1, -1$$

② $2^x + 2^{-x} = 2$ となるのは、(1) で用いた

相加平均・相乗平均の関係の等号成立のときなので

$$2^x = 2^{-x} \quad \text{すなわち、} x = 0$$

以上より、 $x = 0, \pm 1$