2014 年 薬学部（B 前期） 第 4 問

4 中心 O，半径 1 の円周上に定点 A と動点 P，Q があり，P，Q は常に $\angle \mathrm{PAQ} = 120^\circ$ を満たしながら動いている．$\angle \mathrm{OAP} = \theta$ として次の各問に答えよ．ただし，$*$ については $+$，$-$ の 1 つが入る．

(1) θ の動ける範囲は $\boxed{あい}^\circ < \theta < \boxed{うえ}^\circ$ である．

(2) AP，AQ を $\sin\theta$，$\cos\theta$ を用いて表すと，

$$\mathrm{AP} = \boxed{お}\cos\theta, \quad \mathrm{AQ} = \sqrt{\boxed{か}}\sin\theta + \boxed{*き}\cos\theta$$

となる．

(3) $\triangle\mathrm{OPQ}$ の面積は，点 P，Q がどこにあっても常に $\dfrac{\sqrt{\boxed{く}}}{\boxed{け}}$ である．

(4) $\triangle\mathrm{APQ}$ の面積 $S(\theta)$ を $\sin 2\theta$，$\cos 2\theta$ を用いて表すと，

$$S(\theta) = \frac{\boxed{こ}}{\boxed{さ}}\sin 2\theta - \frac{\sqrt{\boxed{し}}}{\boxed{す}}\cos 2\theta - \frac{\sqrt{\boxed{せ}}}{\boxed{そ}}$$

となり，$S(\theta)$ は $\theta = \boxed{たち}^\circ$ のとき最大値 $\dfrac{\sqrt{\boxed{つ}}}{\boxed{て}}$ をとる．