

2014年工(機工, 原工, 都市工)・知識工第1問

 数理  
石井K

1 次の問に答えよ。

- (1) ベクトル  $\vec{a} = (1, 7)$  とのなす角が  $60^\circ$  である長さ  $\sqrt{2}$  のベクトルをすべて求めよ。  
 (2) 不等式  $|x-2| > 2x-1$  を解け。  
 (3)  $y = x^2$  のグラフの  $x = k$  における接線が  $y = -x^2 + 4x - 3$  のグラフに接している。このとき、 $k$  の値を求めよ。

(1) 求めるベクトルを  $\vec{b} = (x, y)$  とおくと、

$$|\vec{b}| = \sqrt{2} \text{ より, } x^2 + y^2 = 2 \cdots \textcircled{1}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{1+49} = 5\sqrt{2} \text{ より, } \cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} \text{ に代入して,}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{x+7y}{5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} \quad \therefore x+7y = 5 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より, } (5-7y)^2 + y^2 = 2$$

$$50y^2 - 70y + 23 = 0 \quad \therefore y = \frac{7 \pm \sqrt{3}}{10} \quad \textcircled{2} \text{ に代入して, } x = \frac{1 \mp 7\sqrt{3}}{10}$$

$$\therefore \left( \frac{1-7\sqrt{3}}{10}, \frac{7+\sqrt{3}}{10} \right), \left( \frac{1+7\sqrt{3}}{10}, \frac{7-\sqrt{3}}{10} \right) \text{ 〃}$$

(2) (i)  $x \geq 2$  のとき、

$$x-2 > 2x-1$$

$$\therefore x < -1 \quad \therefore \text{不適}$$

(ii)  $x < 2$  のとき

$$2-x > 2x-1$$

$$\therefore x < 1$$

(i), (ii) より、 $x < 1$  〃(3)  $y' = 2x$  より 接線は  $y = 2k(x-k) + k^2 \quad \therefore y = 2kx - k^2$ 
 $\therefore 2kx - k^2 - (-x^2 + 4x - 3) = 0$  は重解をもつ。判別式を0とする。

$$x^2 + (2k-4)x - k^2 + 3 = 0$$

$$D/4 = (k-2)^2 - (-k^2 + 3) = 0$$

$$\therefore 2k^2 - 4k + 1 = 0 \quad \therefore k = 1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 〃}$$