2015年 看護医療学部 第2問　1枚目／2枚

数理 石井K

2　次の $\boxed{}$ にあてはまる最も適当な数または式を解答欄に記入しなさい．

(1) 多項式 $f(x)=5x^3-12x^2+8x+1$ を $x-1$ で割ったときの商 $g(x)$ は $g(x)=\boxed{ケ}$（$5x^2-7x+1$）であり，余りは（2）$\boxed{コ}$ である．また，$g(x)$ を $x-1$ で割ったときの余りは $\boxed{サ}$（-1）である．

さらに，定数 $\boxed{コ}$，$\boxed{サ}$，$\boxed{シ}$，$\boxed{ス}$ を用いると，x についての恒等式

$$\frac{f(x)}{(x-1)^4}=\frac{\boxed{コ}\ 2}{(x-1)^4}+\frac{\boxed{サ}\ -1}{(x-1)^3}+\frac{\boxed{シ}\ 3}{(x-1)^2}+\frac{\boxed{ス}\ 5}{x-1}$$

が成り立つ．

(2) 点Oを中心とする半径1の円周上の3点A，B，Cが

$$5\overrightarrow{OA}+6\overrightarrow{OB}=-7\overrightarrow{OC}$$

を満たすとする．このとき $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\boxed{セ}$（$-\frac{1}{5}$）であり，$|\overrightarrow{AB}|=\boxed{ソ}$（$\frac{2\sqrt{15}}{5}$）である．また∠ACBの大きさを θ $(0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ)$ とすると $\sin\theta=\boxed{タ}$（$\frac{\sqrt{15}}{5}$）である．

(1)

$$\begin{array}{r} 5x^2-7x+1 \\ x-1\ \overline{)\,5x^3-12x^2+8x+1} \\ 5x^3-5x^2 \\ \hline -7x^2+8x \\ -7x^2+7x \\ \hline x+1 \\ x-1 \\ \hline 2 \end{array}$$

$\therefore$ $\underline{g(x)=5x^2-7x+1,\ 余り\ 2}$ //

$g(x)$ を $x-1$ で割った余りは，$g(1)=\underline{-1}$ //

$\dfrac{f(x)}{(x-1)^4}=\dfrac{a}{(x-1)^4}+\dfrac{b}{(x-1)^3}+\dfrac{c}{(x-1)^2}+\dfrac{d}{x-1}$ として，両辺に $(x-1)^4$ をかけると，

$$f(x)=a+b(x-1)+c(x-1)^2+d(x-1)^3$$
$$=dx^3+(c-3d)x^2+(b-2c+3d)x+a-b+c-d$$

恒等式であるから両辺の係数を比較して．

$$\begin{cases} d=5 \\ c-3d=-12 \\ b-2c+3d=8 \\ a-b+c-d=1 \end{cases}$$

$\therefore$ これを解くと，$\underline{a=2,\ b=-1,\ c=3,\ d=5}$ //

2015年 看護医療学部 第2問　2枚目／2枚

数理 石井K

[2] 次の $\boxed{}$ にあてはまる最も適当な数または式を解答欄に記入しなさい．

(1) 多項式 $f(x)=5x^3-12x^2+8x+1$ を $x-1$ で割ったときの商 $g(x)$ は $g(x)=\boxed{ケ}$ であり，余りは $\boxed{コ}$ である．また，$g(x)$ を $x-1$ で割ったときの余りは $\boxed{サ}$ である．
さらに，定数 $\boxed{コ}$，$\boxed{サ}$，$\boxed{シ}$，$\boxed{ス}$ を用いると，x についての恒等式

$$\frac{f(x)}{(x-1)^4}=\frac{\boxed{コ}}{(x-1)^4}+\frac{\boxed{サ}}{(x-1)^3}+\frac{\boxed{シ}}{(x-1)^2}+\frac{\boxed{ス}}{x-1}$$

が成り立つ．

(2) 点Oを中心とする半径1の円周上の3点A，B，Cが

$$5\overrightarrow{OA}+6\overrightarrow{OB}=-7\overrightarrow{OC}$$

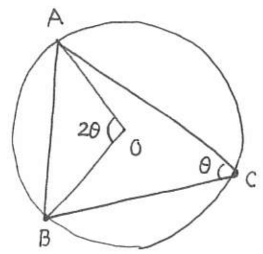
を満たすとする．このとき $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\boxed{セ}$ であり，$|\overrightarrow{AB}|=\boxed{ソ}$ である．また $\angle ACB$ の大きさを θ $(0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ)$ とすると $\sin\theta=\boxed{タ}$ である．

(2) $|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|=|\overrightarrow{OC}|=1$

$|5\overrightarrow{OA}+6\overrightarrow{OB}|^2=49|\overrightarrow{OC}|^2$

$\therefore\ 25|\overrightarrow{OA}|^2+60\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}+36|\overrightarrow{OB}|^2=49|\overrightarrow{OC}|^2$

$\therefore\ \underline{\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-\frac{1}{5}}$ //



$|\overrightarrow{AB}|^2=|\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}|^2$

$=|\overrightarrow{OB}|^2-2\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}+|\overrightarrow{OA}|^2$

$=\frac{12}{5}$

$\therefore\ \underline{|\overrightarrow{AB}|=\frac{2\sqrt{15}}{5}}$ //

中心角と円周角の関係より．$\angle AOB=2\theta$ で $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-\frac{1}{5}$ より．$\cos 2\theta=-\frac{1}{5}$

$\therefore\ 1-2\sin^2\theta=-\frac{1}{5}$

$\therefore\ \sin^2\theta=\frac{3}{5}$

$0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ より $\sin\theta\geqq0$　$\therefore\ \underline{\sin\theta=\frac{\sqrt{15}}{5}}$ //