

2014年メディア情報, 都市生活 第1問

1 次の を埋めよ。ただし, 解答用紙には計算過程も示せ。

- (1) a, b を定数とする。等式 $\frac{3x-2}{x^2-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$ が x についての恒等式となるように a, b の値を定めると, $a =$, $b =$ となる。
- (2) さいころを2回投げ, 各回に出た目をそれぞれ a, b とするとき, $\frac{a+bi}{1+3i}$ が実数になる確率は である。ただし, i は虚数単位とする。
- (3) a を $a \geq 0$ を満たす定数とする。2次関数 $y = 3(x-a)^2 + a^2 - 3a - 4$ ($-1 \leq x \leq 1$) の最大値を a の式で表すと となる。また, 最小値を a の式で表すと, $0 \leq a < 1$ のとき , $a \geq 1$ のとき となる。
- (4) 直方体 OADB-CEGF において, 辺 OC の中点を P, 辺 AE を 5:1 に内分する点を Q, 辺 BF を 7:1 に内分する点を R とし, $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$ とすると, \vec{OQ} と \vec{OR} はそれぞれ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて $\vec{OQ} =$, $\vec{OR} =$ と表される。点 P, Q, R を通る平面と辺 EG, 辺 FG との交点をそれぞれ S, T とすると, \vec{OS} と \vec{OT} はそれぞれ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて $\vec{OS} =$, $\vec{OT} =$ と表される。したがって, 点 S は辺 EG を 1: に内分し, 点 T は辺 FG を 1: に内分する。
- (5) 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ の一般項がそれぞれ $a_n = \sin \frac{n\pi}{6}$, $b_n = \cos \frac{n\pi}{6}$, $c_n = \sin \frac{n\pi}{6} + \cos \frac{n\pi}{6}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で表されるとき, $a_{37} + a_{43} =$, $b_{191} =$, $c_{436} + c_{439} =$ である。
- (6) 方程式 $4^x - 2^{x+\frac{1}{2}} = 4$ がある。 $a = 2^x$ ($a > 0$) とすると, この方程式は x を使わずに a を用いて と表すことができる。したがって, この方程式の解は $x =$ である。
- (7) $f(x) = x^3 - 3x + 2$, $g(x) = 2x^2 - 4x + 2$, $h(x) = 3x^2 - 6x + 3$ とし, 関数 $f(x), g(x), h(x)$ の導関数をそれぞれ $f'(x), g'(x), h'(x)$ とする。 $f(x) > g(x)$ が成り立つ x の範囲は であり, $f(x) > h(x)$ が成り立つ x の範囲は である。また, $f'(x) > g'(x)$ が成り立つ x の範囲は であり, $f'(x) > h'(x)$ が成り立つための条件は である。
- (8) 1 から 9 までの番号をつけた 9 枚のカードから, 同時に 2 枚を取り出すとき, 取り出したカードの番号が 1 と 2 である確率は であり, 連続した 2 つの数字である確率は である。また, 同時に 3 枚を取り出し, 番号の小さい順に並べたとき, その番号が連続した 3 つの数字である確率は であり, 3 つの番号の積が 24 である確率は である。