2015年 工（電気電子工，建築） 第3問

$\boxed{3}$ p を定数とする．数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ が

$$a_1 = b_1 = 0, \quad a_{n+1} - a_n = p, \quad b_{n+1} - b_n = a_n \quad (n = 1,\ 2,\ \cdots)$$

により定義されている．次の問に答えよ．

(1) a_n を n と p の式で表せ．

(2) b_n を n と p の式で表せ．

(3) $\displaystyle\sum_{n=3}^{11} \frac{1}{b_n} = 1$ となるような p の値を求めよ．

(1) $a_{n+1} - a_n = p$ より，$\{a_n\}$ は 初項 $a_1 = 0$，公差 p の 等差数列である．

$\therefore \underline{a_n = p(n-1)}$ //

(2) 階差数列の公式より，

$$b_n = b_1 + \sum_{k=1}^{n-1} a_k \quad (n \geqq 2)$$

$$\therefore b_n = \sum_{k=1}^{n-1} pk - p \quad (n \geqq 2)$$

$$= \frac{p}{2}(n-1)n - p(n-1)$$

$$= \underline{\frac{1}{2}p(n-1)(n-2)}$$ //　これは $n=1$ のときも成り立つ

(3) $$\sum_{n=3}^{11} \frac{1}{b_n} = \frac{2}{p} \sum_{n=3}^{11} \frac{1}{(n-1)(n-2)}$$

$$= \frac{2}{p} \sum_{n=3}^{11} \frac{1}{n-2} - \frac{1}{n-1}$$

$$= \frac{2}{p}\left\{\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right)\right\}$$

$$= \frac{2}{p}\left(1 - \frac{1}{10}\right)$$

$$= \frac{9}{5p}$$

$\therefore \dfrac{9}{5p} = 1$ より　$\underline{p = \dfrac{9}{5}}$ //