

2015年工(電気電子工, 建築) 第1問

 数理
石井K

1 次の問に答えよ。

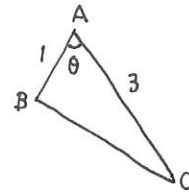
- (1) $\triangle ABC$ において, $AB = 1$, $AC = 3$, $\angle A = \theta$ とする. このとき, $\triangle ABC$ の外接円の半径 R を θ を用いて表せ.
- (2) a, b を $a^2 + b^2 = 1$ を満たす実数とするとき, $a + 2b$ の最大値を求めよ.
- (3) 2次方程式 $x^2 + ax + 24 - a = 0$ が異なる2つの整数解をもつとする. 実数 a をすべて求めよ.

(1) 余弦定理より.

$$BC^2 = 1^2 + 3^2 - 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot \cos \theta \quad \therefore BC = \sqrt{10 - 6 \cos \theta}$$

正弦定理より.

$$\frac{BC}{\sin \theta} = 2R \quad \therefore R = \frac{\sqrt{10 - 6 \cos \theta}}{2 \sin \theta} //$$

(2) $a = \cos \theta$, $b = \sin \theta$ と表せるので

$$a + 2b = \cos \theta + 2 \sin \theta$$

$$= \sqrt{5} \left(\sin \theta \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} + \cos \theta \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} \right)$$

$$= \sqrt{5} \sin(\theta + \alpha) \quad \left(\text{ただし, } \alpha \text{ は } \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}, \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ となる実数} \right)$$

 $\therefore a + 2b$ の最大値は $\sqrt{5}$ //

(3) $x^2 + ax - a - 1 = -25$

$$\therefore (x-1)(x+1+a) = -25 \quad \dots (*)$$

2つの整数解を α, β とすると, 解と係数の関係より, $\alpha + \beta = -a$ となり, a も整数である(*)において, $x-1$, $x+1+a$ はともに整数であるから.

$$\begin{cases} x-1 = 25 \\ x+1+a = -1 \end{cases} \quad \text{または} \quad \begin{cases} x-1 = 5 \\ x+1+a = -5 \end{cases} \quad \text{または} \quad \begin{cases} x-1 = 1 \\ x+1+a = -25 \end{cases} \quad \text{または} \quad \begin{cases} x-1 = -5 \\ x+1+a = 5 \end{cases}$$

$$\text{または} \quad \begin{cases} x-1 = -25 \\ x+1+a = 1 \end{cases}$$

2次方程式の判別式を D とおくと, $D = a^2 - 4(24 - a) > 0 \quad \therefore a < -12, 8 < a$ これをみたすと, $a = -28, 24 //$