

2014年工(機シ・医工・化学)・知識工第1問

 数理
石井K

1 次の問に答えよ。

- (1) a を正の実数とするとき, x の方程式 $(\log_{10} \frac{x}{a})(\log_{10} ax) = \log_{10} a$ が解をもつような a の範囲を求めよ.
- (2) 媒介変数 t を用いて半直線が $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + 3t \end{cases} (t \geq 0)$ と表されている. xy 平面上の点 $(3, 0)$ との距離が最小となるような, 半直線上の点の座標を求めよ.
- (3) 袋の中に 10 個の球があり, そのうち赤球は x 個, 白球は $(10 - x)$ 個である. この袋から球を同時に 3 個取り出す. 3 個とも赤球である確率が $\frac{1}{30}$ であるときの x の値を求めよ.

$$(1) (\log_{10} x - \log_{10} a)(\log_{10} a + \log_{10} x) = \log_{10} a, \text{ 真数条件は } x > 0$$

$$t = \log_{10} x \text{ とおくと}$$

$$(t - \log_{10} a)(\log_{10} a + t) = \log_{10} a$$

$$\therefore t^2 - (\log_{10} a)^2 = \log_{10} a$$

$$\therefore t^2 = (\log_{10} a)^2 + \log_{10} a$$

$$\therefore \text{解をもつ条件は } (\log_{10} a)^2 + \log_{10} a \geq 0$$

$$\therefore (\log_{10} a) \{(\log_{10} a) + 1\} \geq 0$$

$$\therefore \log_{10} a \leq -1, 0 \leq \log_{10} a \quad \therefore \underline{0 < a \leq \frac{1}{10}, 1 \leq a} //$$

(2) キヨリを d とおくと.

$$d^2 = (1 + 2t - 3)^2 + (1 + 3t - 0)^2$$

$$= 13t^2 - 2t + 5$$

$$= 13\left(t - \frac{1}{13}\right)^2 + \frac{64}{13}$$

\therefore 最小となるのは $t = \frac{1}{13}$ のとき. このとき, 半直線上の点は $\underline{\left(\frac{15}{13}, \frac{16}{13}\right)}$ //

$$(3) \frac{x \cdot {}_3C_3}{10 \cdot {}_3C_3} = \frac{1}{30} \quad (ただし, 3 \leq x \leq 10)$$

$$\therefore x(x-1)(x-2) = 24$$

$$\therefore (x-4)(x^2+x+6) = 0 \quad \therefore \underline{x = 4} //$$