

2015年理(数・物・化) 第1問

1 次の $\boxed{}$ にあてはまる 0 から 9 までの数字を求めよ.

(1) 座標平面上に 3 点 A(-1, 0), B(1, 0), C(0, 1) がある.

(i) 楕円

$$E: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (b > 0)$$

は 2 点 A, B を焦点としてもつとする. このとき, $b = \sqrt{\boxed{\text{ア}}}$ である.

(ii) 2 点 A, C を通る直線と, (i) で定めた椭円 E の交点を P(x_0, y_0) ($x_0 > 0$) とすると,

$$x_0 = -\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}} + \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} \sqrt{\boxed{\text{カ}}}, \quad y_0 = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} + \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}}$$

である.

(iii) (ii) で定めた点 P に対して, $PB + PC = \boxed{\text{シ}} - \sqrt{\boxed{\text{ス}}}$ である. $QB + QC = \boxed{\text{シ}} - \sqrt{\boxed{\text{ス}}}$ となるような点 Q(x, y) の軌跡の方程式は

$$\frac{(x-y)^2}{\alpha} + \frac{(x+y-\gamma)^2}{\beta} = 1$$

である. このとき,

$$\alpha = \boxed{\text{セ}} - \boxed{\text{ソ}} \sqrt{\boxed{\text{タ}}}, \quad \beta = \boxed{\text{チ}} - \boxed{\text{ツ}} \sqrt{\boxed{\text{テ}}}, \quad \gamma = \boxed{\text{ト}}$$

となる.

(2) 座標平面上の原点 O(0, 0), 点 A(2, 2), 点 B($k, 0$) を通り, 軸が y 軸に平行な放物線を C とする. ただし, $k > 2$ とする.

(i) 放物線 C の方程式を k を用いて表すと,

$$y = -\frac{\boxed{\text{ナ}}}{k - \boxed{\text{ニ}}} x^2 + \frac{k}{k - \boxed{\text{ヌ}}} x$$

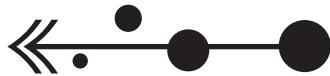
である.

(ii) 放物線 C と x 軸で囲まれた部分の面積 S を k を用いて表すと,

$$S = \frac{k \boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}} (k - \boxed{\text{ハ}}) \boxed{\text{ヒ}}}$$

である. また, k を $k > 2$ の範囲で動かすとき, S の最小値は $\frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$ であり, そのときの k の値は

$k = \boxed{\text{ホ}}$ である.



(iii) 放物線 C と x 軸で囲まれた部分を放物線 C の軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積 V を k を用いて表すと,

$$V = \frac{k \boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}} \boxed{\text{ム}} (k - \boxed{\text{メ}}) \boxed{\text{モ}}} \pi$$

である。また、 k を $k > 2$ の範囲で動かすとき、 V の最小値は $\frac{\boxed{\text{ヤ}} \boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}} \boxed{\text{ラ}}} \pi$ であり、そのときの k の値は $k = \frac{\boxed{\text{リ}}}{\boxed{\text{ル}}}$ である。