東京理科大学

2015年 工（工業化・経営工・機械工） 第1問

$\boxed{1}$ $\boxed{}$ 内に0から9までの数字を1つずつ入れよ．与えられた枠数より少ない桁の数があてはまる場合は，上位の桁を0として，右に詰めた数値としなさい．分数は既約分数とし，値が整数の場合は分母を1としなさい．根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい．

(1) a を0でない実数の定数とし，曲線 $C : y = ax^2 - 1$ および直線 $\ell : x + y = 0$ を考える．

(i) $a = 1$ とする．曲線 C 上の2点 $(\boxed{ア},\ \boxed{イ})$ と $(\boxed{ウ},\ -\boxed{エ})$ は直線 ℓ に関して対称である．

(ii) 曲線 C 上に，直線 ℓ に関して対称である，異なる2点が存在するとき，定数 a のとり得る値の範囲は

$$a > \frac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$$

である．

(2) 座標平面上に4点 $A(0,\ 0)$，$B(2\sqrt{3},\ 2)$，$C(2\sqrt{3} - 1,\ \sqrt{3} + 2)$，$D(-1,\ \sqrt{3})$ を頂点とする長方形 ABCD がある．点 P_0 を辺 AB の中点とし，条件

$$\angle P_0P_1B = \angle P_2P_1C, \quad \angle P_1P_2C = \angle P_3P_2D, \quad \angle P_2P_3D = \angle P_4P_3A$$

を満たすように，辺 BC，CD，DA，AB 上にそれぞれ点 P_1，P_2，P_3，P_4 を図のようにとる．
点 P_4 の x 座標 x_4 が $\sqrt{3} < x_4 < 2\sqrt{3}$ を満たすとき，点 P_1，P_2，P_3 の x 座標 x_1，x_2，x_3 のとり得る値の範囲はそれぞれ

$$\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}} - \frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}} < x_1 < \boxed{オ}\sqrt{\boxed{カ}} - \frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}},$$

$$\frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}} \times \sqrt{\boxed{サ}} - \boxed{シ} < x_2 < \sqrt{\boxed{ス}} - \boxed{セ},$$

$$-\frac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}} < x_3 < -\frac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}$$

である．

(3) a を実数の定数とし，x に関する方程式 $\dfrac{\log(3 - x^2 + 2x)}{\log(x - a)} = 2$ を考える．この方程式が実数解をもつとき，実数 a のとり得る値の範囲は

$$\boxed{ア} - \boxed{イ}\sqrt{\boxed{ウ}} \leqq a < \sqrt{\boxed{エ}},$$

$$\sqrt{\boxed{オ}} < a < \boxed{カ}$$

である．
ただし，正の数 A に対して，$\log A$ は A の自然対数を表す．