

2015年薬学部(生命創薬科)第1問

1 m, n を自然数とし, $m \geq n$ とする. n 個の自然数の列で和が m となるようなものの場合の数を $f(m, n)$ とする. 例えば, $m=4, n=2$ のときを考えてみると, 和が 4 となる 2 つの自然数は 1, 3 と 2, 2 のみだから, 和が 4 となる自然数の列は 1, 3 と 3, 1 と 2, 2 の 3 通りである. したがって, $f(4, 2) = 3$ である. このとき, 以下の各値を求めよ.

$$(1) f(7, 3) = \begin{array}{|c|c|} \hline \overset{1}{ア} & \overset{5}{イ} \\ \hline \end{array}$$

$$(2) f(19, 4) = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{ウ} & \text{エ} & \text{オ} \\ \hline \end{array} \quad 816$$

$$(3) \sum_{k=1}^{11} f(12, k) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{カ} & \text{キ} & \text{ク} & \text{ケ} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{cccc} 2 & 0 & 4 & 7 \end{array}$$

(1) 3つの和が7になるのは, $\{1, 1, 5\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 3\}, \{2, 2, 3\}$

$\underbrace{1+1+5}_{3\text{コ}}, \underbrace{1+2+4}_{3\text{コ}}, \underbrace{1+3+3}_{3\text{コ}}, \underbrace{2+2+3}_{3\text{コ}}$

∴ 全部で 15コ.

∴ $f(7, 3) = 15$

$$6\text{コ} \left\{ \begin{array}{l} 1+2+4 \\ 1+4+2 \\ \vdots \\ 4+2+1 \end{array} \right.$$

(注) もちろん (1) から

(2) の解き方で解いてもよい.

(2)

19コのボール



18コのすきまから 3コを選ぶと, 19 を 4 つの自然数の和で表す表し方の数になる.

∴ ${}_{19-1}C_3 = {}_{18}C_3 = \underline{816}$

(3) (2) と同様に考えると,

$f(12, k) = {}_{11}C_{k-1}$

∴ $\sum_{k=1}^{11} {}_{11}C_{k-1} = 2^{11} - 1$

$= \underline{2047}$