2012年 理工（情報科・工業化・機械工・土木工） 第3問

3 座標平面上の点 $\mathrm{P}(p,\ q)$ が，媒介変数 θ により

$$p = 1 + 2\cos\theta, \quad q = 1 + \sin\theta \quad (-\pi < \theta \leqq \pi)$$

で与えられている．a を非負の定数とするとき，点Pから，原点Oと点 $(1,\ a)$ を通る直線に下ろした垂線をPHとし，Hの座標を $(u,\ v)$ とする．点Pが $p \geqq 2$ を満たす範囲にあるとき，以下の問いに答えよ．

(1) θ と q の値の範囲を求めよ．

(2) u を a と θ を用いて表せ．

(3) $N = \sqrt{u^2 + (2 + a^2)v^2}$ とおく．N を a と θ を用いて表せ．

(4) 各 a に対して，点Pが $p \geqq 2$ を満たすように動くとき，(3) で求めた N の最大値を $M(a)$ により表す．

(i) $M(0)$ を求めよ．

(ii) $a > 0$ のとき，$M(a)$ を求めよ．