

2014年薬学部(薬)第4問

4  $r$ は2以上9以下の自然数とする。 $n$ を $r$ 以上の自然数として、次の条件を満たす $n$ 桁の自然数を考える。

- (i) 各位の数は1から $r$ までの数1, 2, ...,  $r$ のどれかである。  
 (ii) 1, 2, ...,  $r$ のどの一つも必ずどこかの位に現れる。

このような自然数全体の集合を考え、この集合の要素の個数を ${}_rS_n$ とおく。また、この集合のすべての要素の和を $f_r(n)$ とおく。

(1)  $r = 2$ とする。(i)  ${}_2S_2 = \boxed{\text{ア}}$ ,  ${}_2S_3 = \boxed{\text{イ}}$  である。一般に、 ${}_2S_n = \boxed{\text{ウ}}^n - \boxed{\text{エ}}$  である。(ii)  $f_2(2) = \boxed{\text{オ}} \boxed{\text{カ}}$ ,  $f_2(3) = \boxed{\text{キ}} \boxed{\text{ク}} \boxed{\text{ケ}}$  である。一般に、 $f_2(n) = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} (\boxed{\text{シ}} \boxed{\text{ス}}^n - 1) \cdot {}_2S_n$  が成り立つ。(2)  $r = 3$ とする。(i)  ${}_3S_n = \boxed{\text{セ}}^n - \boxed{\text{ソ}} \cdot \boxed{\text{ウ}}^n + \boxed{\text{タ}}$  である。(ii)  $f_3(n) = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} (\boxed{\text{シ}} \boxed{\text{ス}}^n - 1) \cdot {}_3S_n$  が成り立つ。(3)  $r = 4$ とする。(i)  ${}_4S_n = \boxed{\text{テ}}^n - \boxed{\text{ト}} \cdot \boxed{\text{セ}}^n + \boxed{\text{ナ}} \cdot \boxed{\text{ウ}}^n - \boxed{\text{ニ}}$  である。(ii)  $f_4(n) = \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}} \boxed{\text{ノ}}} (\boxed{\text{シ}} \boxed{\text{ス}}^n - 1) \cdot {}_4S_n$  が成り立つ。