

2014年薬学部（生命創薬科）第1問

1 白，赤，黄，緑の4色に光るライトがある．はじめ，ライトの色は白であり，1分経過するごとに，次のルールでライトの色が変わるものとする．ただし，ライトの色が白のときについては  $n = 0, 1, 2, \dots$ ，それ以外の色のときについては  $n = 1, 2, \dots$  とする．

- (i)  $n$ 分後に白のとき， $n+1$ 分後ではそれぞれ  $\frac{1}{3}$  の確率で赤，黄，緑になる．  
 (ii)  $n$ 分後に赤のとき， $n+1$ 分後ではそれぞれ  $\frac{1}{3}$  の確率で白，黄，緑になる．  
 (iii)  $n$ 分後に黄のとき， $n+1$ 分後ではそれぞれ  $\frac{1}{3}$  の確率で白，赤，緑になる．  
 (iv)  $n$ 分後に緑のとき， $n+1$ 分後ではそれぞれ  $\frac{1}{3}$  の確率で白，赤，黄になる．

$n$ を自然数とし， $n$ 分後にライトの色が白である確率を  $P_n$ ，また， $n$ 分後にライトの色が赤である確率を  $Q_n$  とする．

(1)  $P_2 = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ ， $Q_2 = \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$  である．

(2)  $P_n$  および  $Q_n$  についての漸化式を利用すると，自然数  $n$  に対して， $n$  が3以上のとき，

$$P_n = \frac{\text{オ}}{\text{カ}} \left( \text{キ} - \left( -\frac{\text{ク}}{\text{ケ}} \right)^{n-1} \right)$$

$$Q_n = \frac{\text{コ}}{\text{サ}} \left( \text{シ} + \frac{\text{ス}}{\text{セ}} \left( -\frac{\text{ソ}}{\text{タ}} \right)^{n-1} \right)$$

である．