



## 2015 年 理 (数) 第 1 問

1 次の  ア  ～  ヒ  にあてはまる 0 から 9 までの数字, および,  あ  にあてはまる + か - の符号を入れよ.

$p$  を 3 で割り切れない整数とする. このとき, 整数  $a$  と  $b$  に対し,

「 $pa - b$  が 3 の倍数ならば,  $a - pb$  も 3 の倍数になる.」

がわかる. これを認めて, 2 つの整数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  を以下のように定める.  $a_1 = 1$  とし,  $b_1$  は 0, 1, 2 いずれかの数で  $pa_1 - b_1$  が 3 の倍数になるようなものとし,  $n = 2, 3, \dots$  に対し,  $a_n, b_n$  を次のように定める.

- $a_n = \frac{1}{3}(a_{n-1} - pb_{n-1})$
- $b_n$  は, 0, 1, 2 いずれかの数で  $pa_n - b_n$  が 3 の倍数となるようなものとする.

このように定められた 2 つの整数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  について, 以下の各問いに答えよ.

- (1)  $p = 8$  のとき,  $b_1 =$   ア ,  $a_2 = -$   イ ,  $b_2 =$   ウ ,  $a_3 = -$   エ ,  $b_4 =$   オ ,  $a_4 = -$   カ ,  $b_4 =$   キ ,  $a_5 = -$   ク ,  $b_5 =$   ケ ,  $a_6 = -$   コ  となる.
- (2)  $p = -13$  のとき,  $a_{190} =$   サ ,  $b_{190} =$   シ ,  $a_{191} =$   ス ,  $b_{191} =$   セ ,  $a_{192} =$   ソ ,  $b_{192} =$   タ  となる.
- (3)  $p = -13$  のとき,  $\sum_{k=1}^{200} a_k =$   チ   ツ   テ  となる.
- (4)  $p = -13$  のとき,  $\sum_{k=1}^{30} k^2 b_k =$   ト   ナ   ニ   ヌ  となる.
- (5)  $p = 3^{11} + 1$  のとき, 数列  $\{b_n\}$  の第 2 項目以降で 0 でない値が初めて出てくるのは, 第  ネ   ノ  項目であり, その項の値は  ハ  である.
- (6) 数列  $\{b_n\}$  のすべての項が 1 となるような整数  $p$  で絶対値が最小となるものは,  あ   ヒ  である. 0 のときは, +0 で表すものとする.